

转载者言：谢谢编者收集了这么多有趣的悖论。有悖论的地方，就是有值得思考的地方。三次数学危机及其解决（或者部分解决），都与悖论有着千丝万缕的关系。

古今中外有不少著名的悖论，它们震撼了逻辑和数学的基础，激发了人们求知和精密的思考，吸引了古往今来许多思想家和爱好者的注意力。解决悖论难题需要创造性的思考，悖论的解决又往往可以给人带来全新的观念。

本文将根据悖论形成的原因，粗略地把它归纳为六种类型，分上、中、下三个部份。这是第一部份：由概念自指引发的悖论和引进无限带来的悖论

（一）由自指引发的悖论

以下诸例都存在着一个概念自指或自相关的问题：如果从肯定命题入手，就会得到它的否定命题；如果从否定命题入手，就会得到它的肯定命题。

1 - 1 谎言者悖论

公元前六世纪，哲学家克利特人艾皮米尼地斯（E p i m e n i d e s）：“所有克利特人都说谎，他们中间的一个诗人这么说。”这就是这个著名悖论的来源。

《圣经》里曾经提到：“有克利特人中的一个本地中先知说：‘克利特人常说谎话，乃是恶兽，又馋又懒’”（《提多书》第一章）。可见这个悖论很出名，但是保罗对于它的逻辑解答并没有兴趣。

人们会问：艾皮米尼地斯有没有说谎？这个悖论最简单的形式是：

1 - 2 “我在说谎”

如果他在说谎，那么“我在说谎”就是一个谎，因此他说的是实话；但是如果这是实话，他又在说谎。矛盾不可避免。它的一个翻版：

1 - 3 “这句话是错的”

这类悖论的一个标准形式是：如果事件A发生，则推导出非A，非A发生则推导出A，这是一个自相矛盾的无限逻辑循环。拓扑学中的单面体是一个形像的表达。

哲学家罗素曾经认真地思考过这个悖论，并试图找到解决的办法。他在《我的哲学的发展》第七章《数学原理》里说道：“自亚里士多德以来，无论哪一个学派的逻辑学家，从他们所公认的前提中似乎都可以推出一些矛盾来。这表明有些东西是有毛病的，但是指不出纠正的方法是什么。在1903年的春季，其中一种矛盾的发现把我正在享受的那种逻辑蜜月打断了。”

他说：谎言者悖论最简单地勾画出了他发现的那个矛盾：“那个说谎的人说：‘不论我说什么都是假的’。事实上，这就是他所说的一句话，但是这句话是指他所说的话的总体。

只是把这句话包括在那个总体之中的时候才产生一个悖论。”（同上）

罗素试图用命题分层的办法来解决：“第一级命题我们可以说就是不涉及命题总体的那些命题；第二级命题就是涉及第一级命题的总体的那些命题；其余仿此，以至无穷。”但是这一方法并没有取得成效。“1903年和1904年这一整个时期，我差不多完全是致力于这一件事，但是毫不成功。”（同上）

《数学原理》尝试整个纯粹的数学是在纯逻辑的前提下推导出来的，并且使用逻辑术语说明概念，回避自然语言的歧意。但是他在书的序言里称这是：“发表一本包含那么许多未曾解决的争论的书。”可见，从数学基础的逻辑上彻底地解决这个悖论并不容易。

接下来他指出，在一切逻辑的悖论里都有一种“反身的自指”，就是说，“它包含讲那个总体的某种东西，而这种东西又是总体中的一份子。”这一观点比较容易理解，如果这个悖论是克利特以为的什么人说的，悖论就会自动消除。但是在集合论里，问题并不这么简单。

1—4 理发师悖论

在萨维尔村，理发师挂出一块招牌：“我只给村里所有那些不给自己理发的人理发。”有人问他：“你给不给自己理发？”理发师顿时无言以对。

这是一个矛盾推理：如果理发师不给自己理发，他就属于招牌上的那一类人。有言在先，他应该给自己理发。反之，如果这个理发师给他自己理发，根据招牌所言，他只给村中不给自己理发的人理发，他不能给自己理发。

因此，无论这个理发师怎么回答，都不能排除内在的矛盾。这个悖论是罗素在一九〇二年提出来的，所以又叫“罗素悖论”。这是集合论悖论的通俗的、有故事情节的表述。显然，这里也存在着一个不可排除的“自指”问题。

1—5 集合论悖论

“R是所有不包含自身的集合的集合。”

人们同样会问：“R包含不包含R自身？”如果不包含，由R的定义，R应属于R。如果R包含自身的话，R又不属于R。

继罗素的集合论悖论发现了数学基础有问题以后，1931年歌德尔（Kurt Godel，1906—1978，捷克人）提出了一个“不完全定理”，打破了十九世纪末数学家“所有的数学体系都可以由逻辑推导出来”的理想。这个定理指出：任何公设系统都不是完备的，其中必然存在着既不能被肯定也不能被否定的命题。例如，欧氏几何中的“平行线公理”，对它的否定产生了几种非欧几何；罗素悖论也表明集合论公理体系不完备。

1—6 书目悖论

一个图书馆编纂了一本书名词典，它列出这个图书馆里所有不列出自己书名的书。那么它列不列出自己的书名？

这个悖论与理发师悖论基本一致。

1 - 7 苏格拉底悖论

有“西方孔子”之称的雅典人苏格拉底（S o c r a t e s，公元前470—前399）是古希腊的大哲学家，曾经与普洛特哥拉斯、哥吉斯等著名诡辩家相对。他建立“定义”以对付诡辩派混淆的修辞，从而勘落了百家的杂说。但是他的道德观念不为希腊人所容，竟在七十岁的时候被当作诡辩杂说的代表。在普洛特哥拉斯被驱逐、书被焚十二年以后，苏格拉底也被处以死刑，但是他的学说得到了柏拉图和亚里斯多德的继承。

苏格拉底有一句名言：“我只知道一件事，那就是什么都不知道。”

这是一个悖论，我们无法从这句话中推论出苏格拉底是否对这件事本身也不知道。古代中国也有一个类似的例子：

1 - 7 “言尽悖”

这是《庄子·齐物论》里庄子说的。后期墨家反驳道：如果“言尽悖”，庄子的这个言难道就不悖吗？我们常说：

1 - 7 “世界上没有绝对的真理”

我们不知道这句话本身是不是“绝对的真理”。

1 - 8 “荒谬的真实”

有字典给悖论下定义，说它是“荒谬的真实”，而这种矛盾修饰本身也是一种“压缩的悖论”。悖论（p a r a d o x）来自希腊语“para+dokein”，意思是“多想一想”。

这些例子都说明，在逻辑上它们都无法摆脱概念自指所带来的恶性循环。有没有进一步的解决办法？在下面一节的最最后一部份还将继续探讨。

（二）引进无限带来的悖论

《墨子·经说下》中有一句话：“南方有穷，则可尽；无穷，则不可尽。”如果在有限中引进无限，就可能引起悖论。

2 - 1 阿基里斯悖论

稍晚于毕达哥拉斯的古希腊数学家芝诺（Zeno of Elea），曾经提出过一些著名的悖论，对以后数学、物理概念产生了重要影响，阿基里斯悖论是其中的一个。

阿基里斯 (A c h i l l e s) 是希腊神话中善跑的英雄。芝诺讲：阿基里斯在赛跑中不可能追上起步稍微领先于他的乌龟，因为当他要到达乌龟出发的那一点，乌龟又向前爬动了。阿基里斯和乌龟的距离可以无限地缩小，但永远追不上乌龟。

方励之先生曾经用物理语言描述过这个问题：在阿基里斯悖论中使用了两种不同的时间度量。一般度量方法是：假设阿基里斯与乌龟在开始时的距离为 S ，速度分别为 V_1 和 V_2 。当时间 $T = S / (V_1 - V_2)$ 时，阿基里斯就赶上了乌龟。

但是芝诺的测量方法不同：阿基里斯将逐次到达乌龟在前一次的出发点，这个时间为 T' 。对于任何 T' ，可能无限缩短，但阿基里斯永远在乌龟的后面。关键是这个 T' 无法度量 $T = S / (V_1 - V_2)$ 以后的时间。

2 - 2 二分法悖论

这也是芝诺提出的一个悖论：当一个物体行进一段距离到达 D ，它必须首先到达距离 D 的二分之一，然后是四分之一、八分之一、十六分之一、以至可以无穷地划分下去。因此，这个物体永远也到达不了 D 。

这些结论在实践中不存在，但是在逻辑上无可挑剔。

芝诺甚至认为：“不可能有从一地到另一地的运动，因为如果有这样的运动，就会有‘完善的无限’，而这是不可能的。”如果阿基里斯事实上在 T 时追上了乌龟，那么，“这是一种不合逻辑的现象，因而决不是真理，而仅仅是一种欺骗”。这就是说感官是不可靠的，没有逻辑可靠。

他认为：“穷尽无限是绝对不可能的”。根据这个运动理论，芝诺还提出了一个类似的运动佯谬：

2 - 3 “飞矢不动”

在芝诺看来，由于飞箭在其飞行的每个瞬间都有一个瞬时的位置，它在这个位置上和不动没有什么区别。那么，无限个静止位置的总和就等于运动了吗？或者无限重复的静止就是运动？中国古代也有类似的说法，如：

2 - 4 “飞鸟之景，未尝动也”

这是中国名家惠施的命题，与“飞矢不动”同工异曲。这就是不可抗拒的推理和不可回避的实事相冲突。

德国哲学家尼采在《希腊悲剧时代的哲学》里有一章《可疑的悖论》，称芝诺的悖论为“否定感官的悖论”。尽管阿基里斯在赛跑中追上起步领先的乌龟完全合乎事实，但为什么“不合逻辑”？因为芝诺运用了“无限”这个概念，这是一种逻辑上的假设，而现实世界里是不可能有无量者存在的，这就出现了假设与现实的矛盾。

尼采说道：在这两个悖论里，“无限”被利用来作为化解现实的硝酸。如果无限是决

不可能成为完善的，静止决不可能变为运动，那么，真相是箭完全没有飞动，它完全没有移位，没有脱离静止状态，时间并没有流逝。

换句话说讲，在这个所谓的、终究只是冒牌的现实中，既没有时间、空间，也没有运动。最后，连箭本身也是一个虚象，因为它来自多样性，来自感官唤起的非一的幻象。下面是尼采的分析：

假定箭拥有一种存在，那么，它就是不动的、非时间的、非造而有的、固定的、永恒的。这是一个荒谬的观念！

假定运动是真正的实在，那么，就不存在静止。因而，箭没有位置、没有空间。又是一个荒谬的观点！

假定时间是实在的，那么，它就不可能被无限地分割。箭飞行所需要的时间必定由一个有限数目的瞬间组成，其中每个瞬间都必定是一个原子。仍然是一个荒谬的观念！

尼采得出这样的结论：我们的一切观念，只要其经验所与的、汲自这个直观世界的内容被当作“永恒真理”，就会陷入矛盾。如果有绝对运动，就不会有空间；如果有绝对空间，就不会有运动；如果有绝对存在，就不会有多样性；如果有绝对的多样性，就不会有统一性。

事实上，这两个悖论中提到的这个“动与不动”的对立统一，今天都已经得到了完美的解决，这就是极限理论的诞生。牛顿在运动学研究时，初创微积分，但由于没有巩固的理论基础，出现了历史上的“第二次数学危机”。十九世纪初，法国科学家以柯西为首建立了极限理论，后来又经过德国数学家维尔斯特拉斯进一步的严格化，使极限理论成为微积分的坚实基础，运动问题也得到了合理的解释。

可以想见，在微积分和极限理论发明或被接受以前，人们很难解释这一运动悖论。感官不同于思维，当希腊人用概念来判决现实的时候，如果逻辑与现实发生矛盾，芝诺指责感官为“欺骗”。当思维找不到合理解释的时候，直观的形式、象征或比喻都无济于事。尼采的分析虽然详细、精辟，但他无法把它们综合起来。

2 - 5 “一尺之捶，日取其半，万世不竭”

这是《庄子·天下》中惠施的一句名言。二千多年前中国古人同样运用了无限的概念。

战国名家宋国人惠施（约公元前370—前310）曾任梁国的宰相，论辩奇才，是庄子的朋友，和公孙龙并列为名家的代表人物。他的著作多已亡佚，只能从其他诸家的论述中看到他的言行片段。

惠施的学说强调万物的共相，因而事物之间的差异只是一种相对的概念，现存与惠施有关的奇怪命题，例如，“山与泽平”、“卵有毛”、“鸡三足”、“犬可以为牛”、“火不热”、“矩不方”、“白狗黑”、“孤驹未尝有母”等，都可以说是悖论，但是大部份没有留下具体的争辩过程。惠施的悖论在西方也很有影响。

毛泽东从辩证法的基本接受惠施无限可分的观点。一九***年八月十八日，他同哲学工作者谈话时说：“列宁讲过，凡事可分。举原子为例，不但原子可分，电子也可分。”又说：“电子本身到现在还没有分裂，总有一天能分裂的。‘一尺之捶，日取其半，万世不竭’，这是个真理。不信，就试试看。如果有竭就没有科学了。”

有人注意到，毛泽东十分偏爱这句话，如五十年代中期对家钱三强，一九***年八月同周培源、于光远，一九七三年、一九七四年接见杨振宁、李政道，等等，都提到这句话。

2 - 6 “1 厘米线段内的点与太平洋面上的点一样多”

多少哲学家、数学家都唯恐陷入悖论而退避三舍。二十三岁获博士学位的德国数学家康托尔（1845—1918）六年以后向无穷宣战。他成功地证明了：一条直线上的点能够和一个平面上的点一一对应，也能和空间中的点一一对应。由于无限，1 厘米长的线段内的点，与太平洋面上的点，以及整个地球内部的点都“一样多”。

然而，康托尔的“无穷集合”与传统的数学观念发生冲突，遭到谩骂。直到一***七年第一次国际数学家会议，他的成果才得到承认，几乎全部数学都以集合论为基础。罗素称赞他的工作“可能是这个时代所能夸耀的最巨大的工作。”

同时，集合论中也出现了一些自相矛盾的现象，尤其是罗素的理发师悖论，以极为简明的形式震撼了数学的基础，这就是“第三次数学危机”。此后，数学家们进行了不懈地探讨。

例如，一九九六年英国剑桥大学出版社出版了亨迪卡的《数学原理的重新考察》，这本书以罗素的《数学原理》（1903）为蓝本的，试图完善逻辑和数学基础。它主要阐述了亨迪卡和桑朵新创的 I F（Independence-Friendly First-Order Logic）逻辑及其可能产生的影响。它挑战了许多公认的观念，如公理集合论作为数学理论的适当框架，对说谎者悖论也作了进一步的探讨。它是否将引起一场逻辑和数学基础的革命？我们还将拭目以待。

这是第二部份：由一因多果片面推理引致的悖论和由名实相悖引起的悖论。

（三）由一因多果片面推理引致的悖论

这种形式的悖论类似于诡辩。诡辩在现实中是令人厌恶的，但是在逻辑学的探讨中有相当的位置。孔多塞说：“希腊人滥用日常语言的各种弊端，玩弄字词的意义、以便在可悲的模棱两可之中困搅人类的精神。可是，这种诡辩却也赋予了人类的精神以一种精致性，同时它又耗尽了他们的力量来反对虚幻的难题。”

古希腊哲学流派中曾经有一个诡辩学派，又叫智者派。他们对自然哲学持怀疑态度，认为世界上没有绝对不变的真理。前面提到的普洛道格拉斯（Protagoras，约公元前485—前410）是其著名的代表人物，他认为：“人是衡量万物的尺度。”雅典政府因其主张无神论，予以驱逐并焚烧了他的书籍。

从苏格拉底到亚里斯多德都反对诡辩学说，黑格尔说，苏格拉底常运用他的辩证法去攻击诡辩学派，尤其是普洛道格拉斯。尽管这些智者的理论多已失传，我们仍然可以从亚里斯多德的《形而上学》（吴寿彭译）中了解一些当时的论辩。

根据亚里斯多德的记载，柏拉图（Plato，公元前427—前347）曾说：诡辩是专讨论“无事物”的，因为诡辩派的论题老是纠缠于事物的属性。例如，“文明的”与“读书的”为同抑异，“文明的哥里斯可”与“哥里斯可”是否相同？以及每一事物并不常是而今是者，是否便当成是，由兹而引致（悖解）的结论（同上）。

斥形式逻辑而提倡辩证法的黑格尔（1770—1831）说柏拉图发明了辩证法。“柏拉图运用辩证法以指出一切固定的知性规定的有限性。他从一推演出多，但仍然指出多之所以为多，复只能规定为一。”（《小逻辑》）

亚里斯多德认为：凡现存的事物其生成与消失必有一个过程，而属性事物则不然。然而，我们还得尽可能地追踪偶然属性之本质与其来由；也许因此可得明白何以不能成立有关属性的学术（《形而上学》卷六章二）。在他看来，诡辩理论就是“有关属性的学术”而不是“属性之本质与其来由”。

诡辩完善的是学术体系，而不是知识。孔多塞在《人类精神进步史表纲要人类精神进步史表纲要》（何兆武、何冰译）的《第四个时代》中说：然而希腊的智者和希腊的学人，“并没有发现真理，反而是在铸造各种体系；他们忽视了对事实的观察，为的是自己好投身于自己的想象之中；他们既然无法把自己的意见置于证明的基础之上，便力图以诡辩来维护它们。”

可见，诡辩学派的致命点就是忽略“本质”而纠缠“属性”，从现存的事物中推论出悖解的结论来，而不详细考察事物的真实，在实践的基础上加以证明。对付诡辩最好的方式是运用辩证法并在实践中加以考证。

3—1 “什么是诡辩？”

有学生问他的希腊老师：“什么是诡辩？”老师反问到：“有甲乙两人，甲很干净，乙很脏。如果请他们洗澡，他们中间谁会洗？”

这里有四种可能，一是甲洗，因为他有爱干净的习惯；二是乙洗，因为他需要；三是两人都洗，一个是因为习惯，另一个是因为需要；四是两人没洗，因为脏人没有洗澡的习惯，干净人不需要洗。这四种可能彼此相悖，无论学生作出怎样的回答，老师都可以予以反驳，因为他不需要有一个客观的标准，这就是诡辩。

3—2 “父在母先亡”

这是一个可以自圆其说的乱语。它也有四种解释：一是“父在，母先亡”；二是“父在母之先亡”；三是如果父母健在，可以解释为将来；四是即使父母都去世了，也可以解释为“父亲在的时候，母亲就去世了。”或者是“父亲在母亲以前就去世了。”真是左右逢源。

从逻辑顺序上看，上面这两个例子正好是反其道而用。无论正命题还是反命题都可以根据所谓的客观理由进行诡辩，形成自圆其说或诘难。所以葛拉西安在《智慧书：永恒的处世经典》中说：“诡辩是一种欺骗，乍一听，它蛮有道理，并因其刺激、新奇而令人心惊，但随后，当其虚饰之伪装被揭穿，就会自取其辱。”

3—3 邓析赎尸诡论

《吕氏春秋》记载了这样一个故事：洧水发了大水，淹死了郑国富户家的一员。尸体被别人打捞起来，富户的家人要求赎回。然而捞到尸体的人要价太高，富户的家人不愿接受，他们找邓析出主意。邓析说：“不用着急，除你之外，他还会卖给谁？”捞到尸体的人等得急了，也去找邓析要主意。邓析却回答：“不要着急，他不从你这里买，还能从谁那里买？”

”

邓析生在春秋末年，与老子和孔子基本同时，是战国名家的鼻祖，著名的讼师，他的著作已经失传。

同一个事实，邓析却推出了两个相反的结论，每一个听起来都合乎逻辑，但合在一起就荒谬了。邓析是不是希望他们相持一段时间后，双方都可以找到一个可以接受的价格平衡点？我们只能猜测。

后来，邓析被杀，就是因为子产认为他“以非为是，以是为非，是非无度，而可与不可日变”。可见，邓析是一个没有原则的人。身为讼师，邓析善于辞辩，而不跳出诡论寻找客观的解决办法。严谨的逻辑推理固然具有说服力，但最终还是要回到现实中来。

3 - 4 公孙龙论秦赵之约

《吕氏春秋》介绍过公孙龙的一个诡论：秦国与赵国订立条约：今后，秦国想做的，赵国帮助；赵国想做的，秦国帮助。不久，秦国兴师攻打魏国，赵国打算援救。秦王不高兴，差人对赵王说：秦国想做的，赵国帮助；赵国想做的，秦国帮助。现在秦国要打魏国，而赵国援救他们，这是违约。赵王把这个消息转告给平原君，平原君向公孙龙请教。公孙龙回答：“赵王也可以派人秦王说：赵国打算援救魏国，现在秦国却不帮助赵国，这也不合乎条约。”

不管这个寓言的真实性如何，他的推理无懈可击。公孙龙对于秦赵之约的回应，与邓析赎尸诡论一脉相承。但公孙龙是站在弱小的赵魏这一边反对强秦的。

3 - 5 “彼亦一是非，此亦一是非。”

这是《庄子·齐物论》中的一句话，以强调事物的相对性而著称，比如，人睡在潮湿的地方会腰疼，但泥鳅会腰疼吗？人爬到高树上会胆怯，猿猴会腰疼吗？于是，他的结论是：“彼亦一是非，此亦一是非。”各有各的相对标准。

《团结报》曾经刊登过一篇一勾的《名师出高徒》。说康白情1919年前在北京大学选修马叙伦先生的“老庄哲学”，没有一次不迟到。有一次，马叙伦责问康白情为什么姗姗来迟。康白情回答：“住得太远。”马先生不以为然，反问道：从你的住处走到这里只要三、五分钟，怎么叫太远！康白情也不示弱，说：先生讲庄子，庄子说：“彼亦一是非，此亦一是非”。先生不以为远，而我以为远。马叙伦一时无话可说。

3 - 6 “我没有受贿”

一个商人被控受贿。他宣称：“我没有受贿。”

显然，这个商人既是观察者也是被观察者。我们不知道他是以观察者的身份进行辩护，还是以被观察者的身份进行诡辩。这两种推论都合乎逻辑，如果没有别的证据，就不能判决（引自“Web Dictionary of Cybernetics and Systems”）。

3 - 7 囚犯诡论

甲乙两人偷东西，人赃俱物。他们被分开审问，可能的惩罚如下：

乙否认

乙承认

甲否认：甲、乙各一年监禁

乙释放、甲五年监禁

甲承认：甲释放、乙五年监禁

甲、乙各三年监禁

甲乙二囚犯都会想到对自己最有利的去做：以甲而言，甲若承认，最多三年监禁，如果乙也承认；如果乙否认，甲马上获得自由。这个结果并不坏。这是博弈，乙也会同样这么想。如果甲改变主意，将冒监禁五年，而乙却获得自由；反之也一样。如果双方都改变主意，各监禁一年，也可以达到“共利”。

但是，这一决策的过程可能是无限的理性推理：假如我选择“共利”策略，我必定相信对方也将选择“共利”策略；假如我选择“私利”策略，对方也会选择“私利”策略予以防范。这个“推己及人，推人及己”的过程可以无限地推下去，他的极限状态在博弈论里叫做“共享知识（Common Knowledge）”，但是没有人可以达到这个状态，囚犯也摆脱不了这个悖论。

（四）由名实相悖引起的悖论

古代中国有不少经典的悖论都来自名家。名家是战国时期的一个学派，他们的学说在于循名责实，但结果也往往被认为是流于诡辩。名家始于邓析，后有惠施、公孙龙等大家。

在古希腊，亚里斯多德认为：辩证家与诡辩派穿着与哲学家相同的服装，但不是一回事。对于诡辩术，智慧只是貌似而已，辩证家则将一切事物囊括于他们的辩证法中，而“实是”也是他们所共有的一个论题；因而辩证法也包含了原属于哲学的这些主题。诡辩术和辩证法谈论与哲学上同类的事物，但哲学毕竟异于辩证法者由于才调不同，哲学毕竟异于诡辩术者则由学术生活的目的不同。哲学在切求真知时，辩证法专务批评；至于诡辩术尽管貌似哲学，终非哲学（《形而上学》卷四章一）。

冯友兰先生在《中国哲学简史》第八章《名家》里有专门的讨论。他认为，中国的“名家”不完全等同于西方的诡辩家、逻辑家或辩证家。如果说古希腊的辩证家和诡辩派专攻属性而不是本质的话，那么名家则在于研究“名”与“实”的关系，而且重“名”甚于重“实”是他们的精神实质。这里的“名实”就是名目与实际。冯友兰认为中国的名家应该翻译为“School of Name”以示区别，我在《不列颠百科全书》上看到的正是这样翻译的。

名与实关系的争论对中国哲学的影响巨大，如“孔子有正名、老子有无名、墨子有取实予名的争辩”。除名家以为，荀子对古逻辑学的贡献也很大。

公孙龙的辩论执名为实，“专决于名”而不落实到经验的事物，看看他的雄辩，就会发现一些奇怪的问题。《庄子·秋水篇》提到，公孙龙曾经自夸：“困百家之知，穷众口之辩”。

4—1 “白马非马”

战国时赵国人公孙龙曾经著有《公孙龙子》一书，平原君礼遇甚厚。其“白马非马”和“坚白异同之辩”都是他的著名命题。

据说，公孙龙有一次骑马过关，把关的人对他说：“法令规定马不许过。”公孙龙回答说：“我骑的是白马，白马不是马，这可是两回事啊。”公孙龙的“白马”有没有过关，我们不得而知。从常人的观点来看，守关的兵士八成认为公孙龙是在诡辩。这也是一个逻辑上“莫能与辩”，现实中不能成立的例子。

冯友兰认为《公孙龙子》里的《白马论》对“白马非马”进行了三点论证：

一是强调“马”、“白”、“白马”的内涵不同。“马”的内涵是一种动物，“白”的内涵是一种颜色，“白马”的内涵是一种动物加一种颜色。三者内涵各不相同，所以白马非马。

二是强调“马”、“白马”的外延的不同。“马”的外延包括一切马，不管其颜色的区别；“白马”的外延只包括白马，有颜色区别。外延不同，所以白马非马。

三是强调“马”这个共相与“白马”这个共相的不同。马的共相，是一切马的本质属性，它不包涵颜色，仅只是“马作为马”。共性不同，“马作为马”与“白马作为白马”不同。所以白马非马。

前面我们说到，辩证法是在对付诡辩论的过程中发展起来的。黑格尔在《小逻辑》中说：“辩证法切不可与单纯的诡辩相混淆。诡辩的本质在于孤立起来看事物，把本身片面的、抽象的规定，认为是可靠的。”（《逻辑学概念的进一步规定和部门划分》）

从辩证法的角度看，“白马非马”割断了个别和一般的关系。白马属于个性，特指白颜色的马；马属于一般，具有各种颜色马的共性。公孙龙区分了它们之间的差别，但是又绝对化了这种差别。白马尽管颜色上不同于其他的马，如公孙龙提到的黄马、黑马，但仍然是马。作为共性的“马”寓于作为个性的“白马”之中。“马”作为一般的范畴，包括各种颜色的马，公孙龙的白马自然也不例外。

4—2 “杀盗非杀人也”

这个命题与“白马非马”何其相似，尽管论证的方法和目的不同。荀子把墨辩“杀盗非杀人也”归入“惑于用名以乱名”的诡辩。荀子认为，在外延方面“人”的范畴包含了“盗”的范畴。所以，说“盗”的时候，就意味着说他同时也是“人”；杀“盗”也是杀人。

4—3 坚白石论

坚白石论指一块“坚白石”，它有坚、白、石三个要素组成。公孙龙主张“坚”为石头的特性，“白”为石头的颜色。眼睛看到的这块石头是白色的，手触摸到的这块石头才知到它是坚硬的；白色由视觉而得，坚硬由触觉而来，坚与白不能同时被认知。因此，公孙龙认为就一块坚白石而言，人不可能同时认识到其中三个组成要素：坚、白、石，而只能是坚

石或白石。

这是从感知的角度来证明坚、白彼此分离，是分析方法的早期运用。“离坚白之辩”是古代中国的一个著名命题，习惯上人们并不接受，但是对于名家自身来讲，如果没有精密的思考，也不可能提出这些深刻的问题。

尽管名家在逻辑上的辩论天下无敌手，但是遭到诸家反对。庄子说他们：“饰人之心，易人之意，能胜人之口，不能服人之心，辩者之囿也。”《荀子》也认为：“虽辩，君子不听。”这的确是名家的吊诡。

中国古有名辩逻辑，唐代传入印度因明，近代又引进了西方逻辑，成为世界三大逻辑的汇合点。黑格尔在《小逻辑》里说：“一说到诡辩我们总以为这只是一种歪曲正义和真理，从一种谬妄的观点去表述事物的思想方式。但这并不是诡辩的直接倾向。诡辩派原来的观点不是别的，只是一种‘合理化论辩’的观点。”这是针对古希腊人说的，对中国的名家来讲，同样适合。

4 - 4 怎么翻译？

英语里有一个 Buchowski 悖论：“My younger brother is older than I am.”

单纯地看这句话是一个悖论，实际上这个“我”有两个哥哥。小哥哥 (younger brother) 自然比他的年龄大。但是 younger brother 在英语里又有“弟弟”的意思，硬译过来，如果是：“我弟弟的年龄比我大。”为常识错误；如果是：“我的哥哥的年龄比我大。”构不成悖论。

英语的 brother 与汉语里的“兄弟”并不完全对应。在这个例子里，汉语对“兄弟”作了进一步的划分，减少了歧意。

这是第三部分：由前提不自洽导致的悖论和由权变遭遇的悖论。

(五) 由前提不自洽导致的悖论

这里我们将看到，前提不自洽，结论就无法自圆其说，甚至荒谬或没有结论。

5 - 1 “罗素是教皇”

从单纯的逻辑上来讲，荒谬的假设可以推论出任何荒谬的结论，哪怕推理过程无懈可击。有人曾经让罗素证明从“ $2 + 2 = 5$ ”推出“罗素是教皇”。罗素证明如下：

由于 $2 + 2 = 5$ ，等式的两边同时减去 2，
得出 $2 = 3$ ；两边同时再减去 1，
得出 $1 = 2$ ；两边移位，
得出 $2 = 1$ 。

教皇与罗素是两个人，既然 $2 = 1$ ，教皇和罗素就是 1 个人，所以“罗素就是教皇”。

这个荒谬的结论，就是由一个荒谬的假设引发出来的。

5 - 2 “亚里斯多德是类概念”

这是严格按照三段论推导出来的结果。请看：

- (1) 亚里斯多德是哲学家，
- (2) 哲学家是类概念，
- (3) 所以，亚里斯多德是类概念。

亚里斯多德 (A r i s t o t l e, 公元前 3 8 4 - 前 3 2 2) 是希腊大哲学家和天文学家，曾就学于柏拉图，继承苏格拉底以来的希腊哲学而自成体系，在西方的影响最大。他系统总结了三段论法原理，奠定了逻辑思维的基础。

上面这个结论恐怕连亚里斯多德本人也不会认同。因为其中蕴含了一个“语义悖论”。因为语句 (1) 中的哲学家和语句 (2) 中的“哲学家”不在一个层次上，前者是对象概念，后者是元概念。两个前提内涵不一致，结论就荒谬了。从根本上来讲这不是一个语言或语法问题，而是一种逻辑错误。自塔尔斯基在 3 0 年代提出“语言层次论”来，就一直受到人们的关注。

5 - 3 自相矛盾

这个例子正相反，是一个因为前提不相容而推不出结论的经典例子。

《韩非子·势难》介绍了这个预言：有一个同时卖矛和盾的人。他先夸他的盾最坚固，无论什么东西都戳不破；接着又夸他的矛最锐利，无论什么东西都能刺透。旁人问他：如果用他的矛来刺他的盾会有什么结果，他回答不上来，因为两者相互抵触。这是一个既不可以同时为真，也不可以同时为假的命题。前提出现矛盾，也就无法推出结论。

5 - 4 纸牌悖论

纸牌悖论就是纸牌的一面写着：“纸牌反面的句子是对的。”而另一面却写着：“纸牌反面的句子是错的。”这是由英国数学家 J o u r d a i n 提出来的。我们同样推不出结果来。它最简单的形式是：

5 - 5 “悖论元”

下面这句话是对的，
上面这句话是错的。

这也是一个有名的悖论，叫乔丹真值 (J o u r d a i n T r u t h - V a l u e)

悖论。以上这三个例子基本属于一个类型。

5 — 6 “先有鸡，还是先有蛋？”

这个互为因果的循环推理本身无法自我解脱，需要实际的考证，如考古学和生物学的研究成果等，才能打破这一循环。

它里面也隐含着—个不相容的前提假设：“鸡是由蛋孵化出来的，蛋又是由鸡生出来的。”单独来看都符合日常观察，但合在一起却是一对不自洽的假设。

5 — 7 “如果说上帝是万能的，他能否创造—块他举不起来的大石头？”

这是一个流传很广的悖论。如果说能，上帝遇到—块“他举不起来的大石头”，说明他不是万能；如果说不能，同样说明他不是万能。这是用结论来责难前提。

这个“全能者悖论”的另—种表达方法是：“全能的创造者可以创造出比他更了不起的事物吗？”

5 — 8 “你会杀掉我”

这个故事有几个版本。大意是说：—夥强盗抓住了—个商人，强盗头目对商人说：“你说我会不会杀掉你，如果说对了，我就把你放了；如果说错了，我就杀掉你。”商人—想，说：“你会杀掉我。”于是强盗把他放了。

推理—下：如果强盗把商人杀了，他的话无疑是对的，应该放人；如果放人，商人的话就是错的，应该杀掉，又回到前面的推理，这是—个悖论。聪明的商人找到的答案使强盗的前提互不相容。

5 — 9 “你会吃掉我的孩子”

这个例子与上面的例子逻辑同构。

—条鳄鱼抢走了—个小孩，它对孩子的母亲说：“我会不会吃掉你的小孩？答对了，孩子还给你；答错了，我就吃了他。”我们已经知道了母亲的答案：“你会吃掉我的孩子。”

5 — 1 0 两小儿辩日

这是《列子》里的一则预言：孔子遇到两个小孩在争论，—个说：“日出时，太阳距离我们近，中午距离我们远。因为日出时太阳大得像车轮，中午小得像盘子。这不正是近大远小吗？”另—个却说：“日出时，太阳距离我们远，中午距离我们近。因为日出时我们不觉得热，中午却非常热。这不是近热远凉吗？”孔子不能答。

这是今天的—个科学常识问题，但两千多年前的人并不知道。从逻辑上看，这里有“

近大远小”、“近热远凉”两个测度的标准。在回答问题以前，应该搞清楚哪个标准更准确，或者都不准确。

5 — 1 1 爱瓦梯尔应不应该付学费？

传说古希腊人爱瓦梯尔（E u l a t h l u s）向普洛太哥拉斯学习辩术（另有一说是学习法律）。他们的约定是：爱瓦梯尔先付一半学费，另一半学费等学成后在第一场辩护胜诉时再付，如果败诉，则学费不必再交。

但是爱瓦梯尔毕业以后，没有担任辩护工作，不打算交另一半学费。普洛太哥拉斯准备告他，说：“如果我胜诉了，法官会判你付我学费；如果我败诉，根据约定你还是要付我学费。总之要付。”爱瓦梯尔则说：“如果我胜诉，法官也会判我不付学费；如果我败诉，按照约定我也不必付另一半的学费。总之不付。”（见王九逵《逻辑与数学思维》）

这个问题反过来看，逻辑上也同样成立。如果爱瓦梯尔先说：“如果你告我，我就可以不付学费了。”普洛太哥拉斯也可以用同样的方式来反驳。如此争论下去不可能有结果。

这里的问题就是他们双方都默认“约定”和“判决”可以同时而且等效地来解决他们的纠纷，这是他们共同的前提。从逻辑上化解它们的办法就是选择其中的一个进行最终裁决。

5 — 1 2 梵学者的“预言”

和上面的例子完全类似，这是一个梵学者（印度的预言家）的女儿用悖论来为难她的父亲的故事。

女儿在纸上写了一行字压在水晶球的下面。然后对父亲说：纸上写的可能发生，也可能不发生。如果你预言会发生就写“是”，反之就写“不”。

梵学者写下他的预言“是”，女儿拿出水晶球下面的纸，念到：“你将写一个‘不’字。”学者错了。实际上，他写个“不”字，也会错，因为预言已经发生了。

女儿的“不”有两重含义，它一方面与字面上的“是”相反，另一方面与实际的“不”相反，双重标准。由于没有事先界定，梵学者也可以反过来和他的女儿作无限的争论。

（六）由权变遭遇的悖论

6 — 1 阿雷斯（A l l a i s）悖论

下面两个式代表你将获得的收入，X是一个不定的量，你将选择哪一个，S 1 还是 S 2？

$$(1) S 1 = 0.9 X + \$ 1 0 0, 0 0 0$$

$$(2) S 2 = 0.8 9 X + \$ 2 5 0, 0 0 0$$

显然，最好的选择取决于X是多少。

当 $X = \$15,000,000$, $S_1 = S_2 = \$13,600,000$
当 $X > \$15,000,000$, $S_1 > S_2$
当 $X < \$15,000,000$, $S_1 < S_2$

这个悖论对决策理论有较大影响。

6-2 纽卡 (Newcomb's) 悖论

这也是决策理论中的一个。有两个盒子 A 和 B 放在桌子上：

A 是透明的，可以看见里面有 $\$1,000$ ，

B 是不透明的，上面写着或者是 $\$1,000,000$ ，或者是 0。

你可以在下面的两种选择中，只能取一个 (1) 或 (2)：

(1) 只选择 B

(2) A 和 B 两个都选

你会作出什么选择？

有一个教授曾经作过一个实验：他让 1000 个学生选，其中 999 个学生选择了 (1)，只有 1 个学生选择了 (2)。而这 999 个学生一人只获得 $\$1,000$ ，而那 1 个学生却获得了 $\$1,000,000$ 。为什么呢？因为这个教授事先已经作了预测，并作出这样的安排：

如果选 (2) B 盒子里就不放任何一分钱，如果选择 (1) B 盒子里就放 $\$1,000,000$ 。

而这个教授的预测只有千分之一的失误。如果你已经知道了这个结果，重新再选，会选哪一项。注意，这一回，教授可能又作出了新的预测。

6-3 谷“堆”的定义

如果 1 粒谷子落地不能形成谷堆，2 粒谷子落地不能形成谷堆，3 粒谷子落地也不能形成谷堆，依此类推，无论多少粒谷子落地都不能形成谷堆。

从真实的前提出发，用可以接受的推理，但结论则是明显错误的。它说明定义“堆”缺少明确的边界。它不同于三段论式的多前提推理，在一个前提的连续积累中形成悖论。从没有堆到有堆中间没有一个明确的界限，解决它的办法就是引进一个模糊的“类”。

这是连锁 (Sorites) 悖论中的一个例子，归功于古希腊人 Eubulides，后来的怀疑论者不承认它是知识。“soros”在希腊语里就是“堆”的意思。最初是一个游戏：你可以把 1 粒谷子说成是堆吗？不能；你可以把 2 粒谷子说成是堆吗？不能；你可以把 3 粒谷子说成是堆吗？不能。但是你迟早会承认一个谷堆的存在，你从哪里区分他

们？

它的逻辑结构：

1 粒谷子不是堆，

如果 1 粒谷子不是堆，那么，2 粒谷子也不是堆；

如果 2 粒谷子不是堆，那么，3 粒谷子也不是堆；

——

如果 9 9 9 9 9 粒谷子不是堆，那么，1 0 0 0 0 0 粒谷子也不是堆；

因此，1 0 0 0 0 0 粒谷子不是堆。

按照这个结构，无堆与有堆、贫与富、小与大、少与多都曾是古希腊人争论的话题（见《不列颠百科全书》）。

6 - 4 秃头的定义

这也是连锁悖论中的一例，和上面的游戏完全一样。最早叫 F a l a k r o s 谜：

你可以把只有 1 根头发的叫秃头吗？能；你可以把只有 2 根头发的叫秃头吗？能；你可以把只有 3 根头发的叫秃头吗？也能。但是你不会把有一万根头发的人叫秃头。你从哪里区分他们？

6 - 4 “一整袋谷子落地没有响声”

在古希腊，还流传着这样一个故事：如果 1 粒谷子落地没有响声，2 粒谷子、3 粒谷子落地也没有响声，类推下去，1 整袋谷子落地也不会有响声。

响声是由振动引起的，1 粒谷子落地可能引起的振动太小，人耳听不到，但是用仪器却可以测得出来。而一袋谷子落地引起的振动大，人耳自然就可以听得到了。

应该注意，古希腊辩论家的用意不在此，他们并不是真的要探讨事实，而是试图找到逻辑演绎与事实的差别。如果承认谷子落地从没有响声到有响声是一个系列，那么其间也会有一个变化的模糊区域。

6 - 5 预料之外的绞刑时间

这个悖论在英语里叫 “P a r a d o x o f t h e U n e x p e c t e d H a n g i n g”；最早从口头传开是在本世纪四十年代。

一个囚犯在星期六被判刑。法官宣布：“绞刑时间将在下一周七天中的某一天中午进行，但是具体哪一天行刑将在这一天的上午再通知你。”囚犯分析道：“我将不可能在下个星期六赴刑，这是最后一天。因为星期五下午我还活着，那么我知道星期六中午我一定被处

死。但是，但是这和法官的判决有矛盾。”根据同样的推理，他认为下一个星期五、星期四、星期三、星期二、星期一、星期日。因此，法官的判决将无法执行。

这种连锁悖论式的推理并不难理解，法官的判决可以在下个星期六以外的任何一天被执行，囚犯的预期落空。还有一个“预料之外的考试时间悖论”和这个悖论的结构完全一致。

6—6 “卵有毛”

惠施曾经与一个辩者辩论过这个题目。辩者说鸡蛋里面有毛，惠施却反对。

辩者说：“如果鸡蛋里没毛，那么孵出来的小鸡怎么身上有毛？”惠施说：“鸡蛋里只有蛋清和蛋黄，没有毛。你什么时候看见过鸡蛋里面有毛了？小鸡身上的毛是小鸡身上的毛，不是鸡蛋里的毛。”但是辩者不能接受。

辩论双方都以“眼见为实”做标准，从而忽视了从没有毛到有毛的转化过程。

不知道生物学对此会作出什么解释，从方法上来讲，他们没有界定毛从无到有的界限，似乎都不接受“小鸡身上的毛也可能是鸡蛋里的毛”的模糊区域。

6—7 宝塔从有到无

这是哲学中从量变到质变的一个例子。一个宝塔，如果从下面抽走它的砖，一块一块地抽，这是量变。当到达一定的度时，宝塔倒塌了，发生了质变，说明宝塔没有了。我们可以看到一准确的“度”。

但是现在从上面拿走它的砖，一块一块地抽，这也是量变。直到拿完，宝塔不存在了，发生了质变，但我们就不容易找到从量变到质变中间的一个准确的“度”了。

6—8 孪生子佯谬

这是一个与相对论有关的悖论（Twin Paradox）。

爱因斯坦的成就之一，就是引进了一个定律，用C表示恒定的真空光速，把它纳入自然常数之列，作为不可达到的最高临界速度。根据光速恒定，引出了相对论的两个著名的“佯谬”，它们曾经被人嘲讽为相对论的“荒诞无稽”的结论。

“孪生兄弟佯谬”是指以快速运动为参考系的钟，比静止参考系中的钟走得慢。根据这一结论，我们可以得出这样的结果：一个乘飞船按接近光速的速度在太空旅行的人，当他返回地球的时候，就会比生活在地球上的孪生兄弟年轻。因为他的生物钟，比留在地球上的人要慢。尽管目前的宇宙飞船还远远达不到接近光速的速度。

在1905年，爱因斯坦的狭义相对论确立以前，牛顿定律是速度远远小于光速条件下的定律，机械自然观统驭着人们的空间想象，因此无法解释这一现象。爱因斯坦关于时间相对论化的概念是崭新的，它取缔了牛顿“绝对时间”的概念，使“绝对运动”概念也失去了立足之地。

6—9 “会变的尺”

这是相对论引出的另一个“佯谬”：一把快速运动着的尺子，它和静止状态相比，在运动方向上长度缩短。这个问题是从迈刻尔逊实验结果提出来的，后来形成了洛仑兹的机械收缩假说。爱因斯坦认为，这种收缩可以用两个参考系之间存在着的相对速度来解释（见聂运伟编著的《相对论的摇篮：爱因斯坦传》）。

6—10 夜空为什么是暗的？

这是有名的奥伯斯（Olbers, Heinrich Wilhelm）

悖论：如果空间无限延展，而且星体均匀分布，我们的任何视线都应该碰到起码一颗星球。那么，天空不是应该一直都是明亮的吗？这个结论显然与事实不符。

这个问题早在1610年开普勒就注意到，直到1823年德国天文学家奥伯斯重新提出以后才广泛引起关注。过去有很多的猜测，如宇宙只有有限的星体、星体的分布不是均匀的、星体越远可视光越少，遥远的光还没有到达地球等等。“大爆炸”理论出现以后，宇宙的年龄不是无限的，被人为是一个最重要的原因。从“大爆炸”开始算起，宇宙距今有一百到两百亿年的历史。年轻的宇宙还没有时间将光充满夜空（《星期日电讯》1997年10月5日）。

后记

本文所记都是流传很广的常见悖论。随着现代数学、逻辑学、物理学和天文学的快速发展，又有不少新的悖论大量涌现，人们在孜孜不倦地探索，预计他们的成果将极大地改变我们的思维观念。本文罗列的悖论解释多为一管之见，错误难免，希望读者批评指正。

经典悖论漫游（续）

• 泽熙 •

本文是在《经典悖论漫游》后又增加的二种类型，由超越理性触及的悖论和由科学发展揭示的悖论。

（七）由超越理性触及的悖论

围绕宗教，如佛教、基督教和道教，都有一些非理性或超越理性的思考，而这类思考也往往涉及到悖论问题。

7—1 “知者不言，言者不知”

语言是表达意义的工具。中国人却很早就认识到了语言的缺憾。老子说：“道常无名。”孔子也认为：“书不尽言，言不尽意。”古书里也有“意不称物，文不逮意”。但是老子的说法里存在着一个悖论。

老子的：“知者不言，言者不知。”是一条悖论，被白居易一语道穿。白居易在《读老子》里说道：“言者不知知者默，此语吾闻于老君。若道老君是知者，缘何自着五千文？”

7—2 禅宗公案的悖论形式

所谓“公案”就是禅师开悟的故事或非逻辑的言行，“禅”是佛教静思修行的方法。例如在禅宗里有一个“看话禅”，禅师以公案中的某些非逻辑、通常不可解的话语，让弟子参究，以杜塞其思量分别，迫使他们的智慧迸发，得以见到自己的“心性”。当禅师启发弟子开悟而提出悖解的问题时，弟子就要在考验中过迷悟的“禅关”。而禅诗、禅语就

是他们把禅悟的理解、感受用文字的形式表现出来。

成中英在《禅的诡论和逻辑》（《中华佛学学报》第三期，1990年4月）一文里认为，公案是诡论，也就是悖论。比照罗素悖论的一般形式：

如果P是真，那么P是假。

禅诡论扩展的一般形式就是：

如果P是Q，那么P不是Q。

尽管禅宗公案变化无常，依境而发，但其诡论根源都离不开这一反矛盾律的形式。铃木大拙在《禅：答胡适博士》（Zen: A Reply to Dr. Hu Sih）一文中也说：“我们一般推论：A是A，因为A是A；A是A，所以A是A。禅同意或接受这种推论方式，但是，禅有它自己的方式，这种方式并不是一般可以接受的方式。禅会说：A是A，因为A不是A；或A是A，所以A是A。”语言是思维的载体，思维借助文字符号表达出来，因此语言的运用就反映了思维的逻辑。而禅宗公案往往并不遵循形式逻辑的基本规律：

同一律：A是A，B是B，等等；矛盾律，A不是非A，B不是非B，反之亦然；排中律，在A或B之间必居其一，没有中立；充足理由律：A真，因为B真，并且B能推出A。

7-3 “见山不是山，见水不是水。”

这是唐代禅师青原惟信谈到其对禅体验的三个境界时说的：三十年前没有参禅时，见山是山，见水是水。后来有个入处，见山不是山，见水不是水。而今得个歇处，依前见山只是山，见水只是水。

其中“见山不是山，见水不是水”是一种单一形式的悖论。在禅宗里这类例子不胜枚举。如：

“我是他，但他不是我。”（反矛盾律）“得即是失。”（反矛盾律）“既不是肯定也不是否定，二者都不对，你应该怎么说？”（反排中律）“勿言生，勿言无生。”（反排中律）

它们背后的禅理是语言和逻辑所无法达到的，这就是“空”，一种修行的悟解。如果围绕公案（悖论）、悟、空等基本概念，就可以对禅有一个基本的了解。

7-4 禅诗悖论二则

这是二首很有名的禅诗。一首是：

菩提本无树，明镜亦非台；本来无一物，何处惹尘埃。

据说六祖慧能在读到《金刚经》中“应无所住，而生其心”一句时，豁然感悟，写下这首禅诗。其中表达了一个“空”的思想。慧能还提出过一些反排中律的命题，如“无方圆大小”、“无有头尾”，认为诸如“方圆”、“大小”、“头尾”的矛盾也是“空”的。另一首是：

空手把锄头，步行骑水牛；人在桥上走，桥流水不流。

这是南北朝时期的一位禅师善慧大士（傅翕）写的一首禅诗，来表达他所体悟的与观察相悖的禅理。杨惠南在《论禅宗公案中的矛盾与不可说》一文里称这是一个“矛盾公案”。其中充满了与事实相矛盾的语词。

在语言世界里，公案不可回避地会遇到逻辑悖论。禅诡论对于那些还没有证得禅悟的人来讲是悖论，但是对于已经“开悟”的人来讲，悖论也就不再是悖论，因为他们超越了理性，禅师运用起悖论来反而显得自在坦然。

7-5 “瓶中取鹅”

某人在瓶子里养了一只鹅，从小就养，当鹅长大以后，而瓶口显然小得不足以把鹅完好地取出来。如果既不希望将瓶子打破，也不想把鹅杀死，有什么办法可以让鹅出来？

这一悖论需要在对话中来完成。禅师的答案可以是趁那个人不注意时，叫他的名字，那人答应一声：“干什么？”禅师说：“鹅已经出来了。”这种回答在逻辑上是反充足理由律的，但是对禅师来讲则是超越了原来语意框架。在真如本体里，不相干的事物也相干起来。

7-6 答非所问

这里，问与答都没有悖论，但是合起来就是悖论。选择杨惠南文中的三个例子：

问：何为祖师西来意？

答：庭前柏树子。

问：什么是曹溪一滴水？

答：那是赵河一滴水。

问：佛陀沈默时是什么意思？

答：树中的鸽声。

由于禅认为任何理性的思考都无法帮助人们获得佛意义上的终极真理，因此不管是问与答，还是问答的总合，逻辑不连贯、语言反常规并不影响禅的宗旨。

7-7 “拈花微笑”

据说释迦牟尼在一次法会上，手里拿着一支荷花，没有人可以解，只有摩诃迦叶能契悟佛意，露出微笑，因此得到佛陀的付法。这是一个禅宗传承的故事，开启了禅宗以心传心的法门。杨惠南认为这是一个“不可说”的公案。在释迦拈花、迦叶微笑的默默无语当中，把佛的真意传了出来，即“一笑拈花转悟禅”。

“教外别传，不立文字，直指人心，见性成佛。”也许最能代表禅宗的立场。

公案无意关心某一具体陈述或问题，语言强化矛盾在于回答什么是“悟”，而“悟”本身并不需要任何形式的语言。佛教的终极存在，是一个用语言无法刻画的“真如本体”。因此，“但有言说全无实义”。公案不过是禅宗践行者在致力于“悟”的过程中产生出来的，它的内容是悖论，“悟”出的结果“空”也难以用通常的语言和逻辑来描述。

7-8 二律背反

所谓“二律背反”就是对同样的问题提出两个相反的判断，尽管这两个判断作为结论正好相反，但逻辑上却又都是成立的。1781年，德国哲学家康德（Immanuel Kant，公元1724—1804）发表了《纯粹理性批判》，他在考察了宇宙时间是否有开端、空间是否有极限等问题以后，称它们为纯粹理性的“二律背反”。

在康德的那个时代，他发现两种同样令人信服的论据证明宇宙是有开端的正命题和没有开端的反命题。他对正命题的论证是：如果宇宙没有一个开端，则任何事件之前必有无限的时间。他认为这是荒谬的。他对反命题的论证是：如果宇宙有一开端，在它之前必有无限的时间，为何宇宙必须在某一特定的时刻开始呢？

无法解答。

毫无疑问，在1929年哈勃观测到宇宙正在膨胀，进而把宇宙起点的问题带进科学王国以前，有关争论实际上是一个形而上学或神学的问题。“大爆炸”理论揭示时间也是在大爆炸时才开始，而那以前的“时间”是没有意义的，因为所有科学定律因失效而无法作出推测，修正了人们的看法。所以霍金讲：大爆炸模型并没有排斥造物主，但对他何时从事这一工作加上了时间限制（霍金《时间简史：从大爆炸到黑洞》第一章）。

7-9 “万能溶液”悖论

一位年轻人曾经雄心勃勃地告诉一位化学家要发明一种“万能溶液”，它能够溶解世界上所有的物质，而化学家反问道：“那你用什么容器来装载这种溶液呢？”

也许这个年轻人应该首先发明一种无论如何也不会被溶解的容器，但“万能溶液”又必须把它溶解，否则就不是“万能”。年轻人陷入二难推理，而化学家的倾向性观点就是发明这种溶液是不可能的。

7-10 “第二十二条军规”

这是一条臭名昭著的军规。它规定神经失常的飞行员可以停飞，但同时又规定申请停飞者必须头脑清醒。试想，一个神经失常的人不能申请，必须飞行；而头脑清醒者又怎么能证明他是神经失常？这纯粹是一条欺骗性的悖论。

7-11 全能者悖论

语言绝对化往往伴随着悖论。基督徒相信上帝是全能的，如果有人问：“如果上帝是全能的，他能不能创造一块他举不起来的石头？”

从逻辑上解释：如果上帝不能造出这样一块石头，他不是全能；如果上帝可以造出这样一块石头，但他举不起来，他也不是全能的。因此，有一个简单的结论：上帝不是全能的。如果上帝也不是全能的，那就没有全能者。

但这个问题等于问：“什么都能做的上帝能否作一件他不能做的事情？”这是问题中的问题，既然说他是全能的，就没有后面的问题；有后面的问题就说明他不是全能的。

“全能者悖论”是一个用结论来责难前提的例子，尽管推理过程无懈可击，但是结论却不为基督徒所接受。其中更重要的原因是存在着一个满足超越理性的需求。根据《圣经》，上帝是一个“灵”，人们看不见摸不着，不在理性的范畴。

按照康德的二元论，主观与客观平行而无法统一，人不可能按照自己的逻辑来理解这个“自在之物”。因此，只有信仰才能跨越这条鸿沟。那么，理性的“证明”或“反证”都可能为先设的结论服务，最终由超越理性的信或不信来决定。这是一种解释。

7-12 有一个还是多个终极真理？

既然有人从逻辑上进行上帝不存在的“反证”，同样也有人要在逻辑上从事上帝是存在的“证明”。宗教往往认为自己可以找到被科学、理性认为是极限、无限、无穷以外的终极真理。例如著名的第一因“论证”：如果对原因的原因无限地推演下去，必然可以找到一个初始因，而这个因就是上帝。

问题是一个地球，百种宗教。佛教追求的终极真理是“真如”、道教是“道”、伊斯兰教是“真主”、古代中国人是“天”、印度人是“梵天”、希腊人是“本体”。从理论上讲，终极真理只有一个，但我们现有的答案却不只一个。对终极的探讨也许是人的本性，科学家也不例外，爱因斯坦赞叹自然界精美的规律，称它为“神”。显然，此“神”非彼神。

7-13 手表类比

这是一个从有限的观察归纳出无限以外结论的例子。手表类比的大意是：在野外拾到一块手表，一定知道它是手表匠造的，那么比手表更精美的自然界，一定是神造的。这是英国哲学家佩利（William Paley, 1743-1805）提出来的。

如何确定超出感觉经验的理论是正确的？哲学家休谟认为：一切理论都建立在因果关系之上，凭这种关系，人们才能从经验到的事实推出另一件并未经验到的事实。他提到这个手表类比，说：在这里，我们总是假定：在现在的事实和推论之间，必定有一种联系，如果没有任何东西来结合它们，则那种推论就会成了完全任意的。

手表与手表匠之间存在着因果，这是不言而喻的。但是自然界与上帝之间是否也

存在着因果？则是一件我们没有经验的事实。如果承认一果多因，那么手表类比就存在着一个未经证实的问题，我们至少知道自然界的存在有两种原因可以解释，一种来自于唯心主义的解释，另一种则来自于唯物主义的解释。

7-1-4 善恶悖论

这是中国文化里的一个古老难题。告子认为人性“不分善恶”，他证明道：“人性之无分于善不善也，犹水之无分于东西。”孟子则反驳道：“人性之善也，犹水之就下也，人无有不善，水无有不下。”证明“人性本善”。由于窥透不了人性，所以在解释上必然带有任意性。以水作比喻并不恰当，也不具有说服力，所以荀子轻而易举地提出了“人性本恶”的思想。假设不同，主张自然各异。所以孟子尚德叫人知善、荀子劝学劝人学善、韩非子倡法以惩恶。

黑格尔说得好：“人们以为当他们说人性本善是说出了一种伟大的思想，但他们忘记了，当他们说人性本恶时，他们是说出了一种伟大得多的思想。”

《圣经》里讲，自亚当、夏娃以降，人都有与生俱来的“原罪”，它是恶的根源。那么道德从哪里来？康德认为：实际的道德从道德理念而来，归根到底是从神那里来。“罪”的概念为基督徒所接受，但是却不为非基督徒所认可。

7-1-4 “鸡一蛋难题”的另类解答

如果把思维分为二类：一是理性思维，包括形式逻辑思维和辩证逻辑思维；二是非理性思维，即直觉非逻辑思维。康德认为有一个不可知的“自在之物”，理性只是反映了现象，而不能把握自在之物本身。理性本身存在着矛盾，康德认为理性有一定的局限性，有些问题理性不能解决。这无疑给超越理性的思考开了一扇大门。

从进化的角度看，“鸡一蛋难题”在现实中并不成为悖论，只是我们还没有找到它的答案。人们不过用它来说明思维中的一个逻辑反论。当摆脱不了这个思维中的一个纠缠时，有的可能走进去出不来，有的可能寻找另类答案。

“鸡生蛋，蛋生鸡”在理性思维里是一对无限因果的矛盾。但是在非理性思维里，“鸡一蛋难题”也许根本就不是什么难题。佛教的可能答案是：“鸡就是蛋，蛋就是鸡。”因为它们都是“空”的；基督教的可能答案是：“神既创造了鸡也创造了蛋。”因为神是最初因，而且“自有永有”。对比这两种诉诸宗教的解答方法，就会发现它们是明显矛盾的，不同的宗教可能有不同的答案，因为他们所持的信仰不同，而都认为找到了终极的方法和答案。

有这样一种说法：科学解决不了的问题可以诉诸哲学，形式逻辑解决不了的问题，可以采用高一级的逻辑方法，如辩证法；而哲学解决不了的难题可以诉诸宗教，那里有最终的答案。这只是表面现象。科学探索是一个没有止境的探索过程，不会认为自己可以一劳永逸地提出一个终极答案。如果科学一旦把“鸡一蛋难题”也纳入了自己的范畴，无疑会出现类似于“大爆炸”理论带来的效应，各家纷纷作出有利于自己的调整。从这个意义上来讲，科学的发言权往往是决定性的。

前面我们看到了七种类型的悖论。有的悖论可能被证明为我们难以从中解脱出来，例如克里特岛人的“谎言者悖论”，其中的“自指”就是哥德尔不完全定理的中心一环。但是，随着数学、科学研究的深入，很多过去认为是不可能解决的悖论，也可以找出解脱的办法来。例如，芝诺的四个运动悖论，在现代数学里就基本上得到了和我们观察相对应的解释。

悖论是“自相矛盾的陈述”、是“特殊的逻辑命题”，其特殊性的共同点在于自相矛盾。根据这个宽泛的定义，“真悖论”的命题就是无法从逻辑的自相矛盾中解脱出来，如概念自指的悖论、前提不自洽的悖论；“假悖论”则是可以被解套的悖论，如科学中的“佯谬”。有的悖论是历史形成的，即使被科学解套，依然可以称为悖论。

因此，悖论本质上可以分为二种：一种是纯粹的逻辑矛盾，如自我相关的无限循环；另一种就是逻辑自洽但与实际的观察不合，如“阿基里斯悖论”、“白马非马”等。

科学体系必须逻辑自洽，而且可以较好地解释自然现象，而悖论的提出和解决往

往有助于推动科学的发展。

（八）由科学发展揭示的悖论

8-1 一元钱到哪里去了？

三个学生住旅馆，服务员收费30元。因此一个学生拿出了10元。但是后来经理说今天特价，一共只收25元。服务生退还了学生3元并拿了2元的小费。

结果每个学生只出了9元，一共27元，加上服务员的2元，才29元（ $3 \times 9 + 2 = 29$ ），那剩下的1元到哪里去了？

也有人把故事改编成这种形式：约翰推销他的旧电视30元给三位妇女，结果每个妇女拿出10元来。约翰发现他的电视只值25元，于是他拿出2元钱作运输费，将其他3元钱退还给那三位妇女一人1元。结果仍然是 $3 \times 9 + 2 = 29$ ，有1元钱不知去向。

这问题很容易蒙住粗心的人，但仔细一点就可看出名堂来。每个学生实际出了9元，一共27元，其中25元是住宿费，剩下2元被服务员拿走，应该做减法 $3 \times 9 - 2 = 25$ 。如果要做加法，则应该加上退还的3元， $3 \times 9 + 3 = 30$ ，不正是起初服务员收的30元吗？因此根本不存在“一元钱到哪里去了”的问题。

这是一个悖论吗？有人说不是，不过是在陈述上故意作了误导。但美国的《科学美国人》编辑部曾经出版了一本书叫《从惊讶到思考：数学悖论奇景》，就收集了这个悖论。

8-2 希帕索斯之过？

早在2500年前，古希腊的毕达哥拉斯（公元前572—前497）学派虽然认识到了事物背后有数的法则，但是由于他们对数的崇拜和迷信，认为万物中的数只有整数和整数之比，只有整数才可以描述宇宙间的各种关系。但是，当一个叫希帕索斯的学生发现：边长为1的正方形，其对角线不可能用整数来表达，这就触犯了这个学派的信条。而天真的希帕索斯向外人透露了他的发现，结果被扔到了海里而丧身。但是他的发现却引起了数学思想的大革命，史称“第一次数学危机”。

可见，有些“悖论”并不是真正的悖论，而是佯谬，只是人们一时还没有找到解释的方法或不愿意正视现实罢了。《华盛顿邮报》上曾经有一篇文章介绍到：德国物理学家伦琴（1845—1923）发现了一个似乎矛盾的现象，一些照像纸放在实验室的防光袋子里，但是上面竟发生了萤光反应。虽然与知道的常识不合，他却发现了一个看不见的、未知的因素：X光（X表示未知的意思）。尽管这不是一个经典的悖论，没有导致两个相互矛盾的结果，但是说明了一种在科学上对付悖论的办法。同样，很多科学悖论也往往指出了一个未知的X因素，需要人们去发现。由此，人们也可以从逻辑“死结”里解脱出来，拓展一种全新的概念。

罗素悖论曾经震撼了整个数学界，而同时期出现的数学悖论还有布拉里·福蒂悖论、康托尔最大基数悖论、理查德（J. Richard）悖论、培里（Perry）悖论和格瑞林（Kurt Grelling）悖论。直到哥德尔不完全定理，这些悖论的出现和解决方法的提出也极大地推动了数理逻辑的发展。

8-3 落体佯谬

二千多年前，亚里斯多德认为“物体自由下落的速度和物体的重量成正比”。因此，“物体越重，下落的速度就越快；越轻，物体下落的速度越慢。”这一观察似乎接近日常生活的事实：除非在真空中，羽毛较石头落下的速度缓慢。因此，亚里士多德的理论看起来正好与人们的经验相符，所以两千年没有人怀疑过。但是，如果把它们绑在一起，下落得更快还是更慢？一方面，重量更大，应该落得更快；另一方面，快的物体也可能被慢的物体拖住，没有单独下落快。这两个推论是相互矛盾的。

十六世纪，伽利略的推理对亚氏学说提出了挑战。他的比萨斜塔实验证明：一对同样大小的木球和铅球同时落地，使这个悖论解套。自由下落的物体，下落的速度与它的质量没有关系。它也是惯性定律、自由落体运动定律和广义相对论的一个实验基础。

8-4 孪生子悖论 (Twin Paradox)

爱因斯坦的成就之一，就是引进了一个定律 $E = m \times c^2$ 。其中， c 表示恒定的真空光速，被纳入自然常数之列，作为不可达到的最高临界速度。而光速恒定则引出了相对论的两个著名“悖论”，它们曾经被人嘲讽为相对论的“荒诞无稽”的结论。

根据相对论，在高速状态下，时间就会相对地减慢，当速度达到光速的 99.6% 时，时间就相对地减慢一半。“孪生兄弟悖论”是指以快速运动为参考系的钟，比静止参考系中的钟走得慢。根据这一结论，可以推测：一个乘飞船按接近光速的速度在太空旅行的人，当他返回地球的时候，就会比生活在地球上的孪生兄弟年轻。

假若有一对孪生兄弟，A 35 岁，B 35 岁。如果 A 乘驾太空船，以光速的 99.6% 熬游太空 30 年，当他返回地球时可能出现：

$$A: 35 \text{ 岁} + 30 \text{ 年} = 65 \text{ 岁}$$

$$B: 35 \text{ 岁} + 60 \text{ 年} = 95 \text{ 岁}$$

在 1905 年，爱因斯坦的狭义相对论确立以前，牛顿的机械自然观统驭着人们的空间想象，因此无法解释这一现象。而“时间相对论化”的确立，取缔了牛顿“绝对时间”的概念，使“绝对运动”概念也失去了立足之地。

对于时间的不同变化节奏，在古代中国的传说也有。多少与道教有点关系，例如，儿童五言诗：“王子去求仙，丹成十九天。洞中方七日，世上已千年！”

《醒世恒言》卷三十八里：李道人独步云门：“一路想道：山中方七日，世上已千年。果然有这等异事！”这多半是古人的幻想。

8-5 “会变的尺”

这是相对论引出的另一个“悖论”：一把快速运动着的尺子，它和静止状态相比，在运动方向上长度缩短。这个问题是从迈刻尔逊实验结果提出来的，后来形成了洛仑兹的机械收缩假说。爱因斯坦认为，这种收缩可以用两个参考系之间存在着的相对速度来解释（见聂运伟编着的《相对论的摇篮：爱因斯坦传》）。

8-6 理想测量的悖论

在宏观世界里，一块石头自由落体准确可测，它按牛顿万有引力或重力定律发生作用。但是在量子物理学里，落下的不是石头，而是质量很小的电子，在微观世界里就会出现“测不准”的现象。在量子力学里，许多基本粒子一直处于某种不确定的可变化状态，打个比方，当你看到一块“石头”时，它是一块“石头”，这只是概率的一种；当你下次看到它时，它可能又是别的什么。德国物理学家海森伯 (Werner Heisenberg, 1901-1976)，1932 年因提出测不准原理而获得诺贝尔物理学奖。

如果说相对论给了机械论物理学一个沉重的打击，那么量子力学的提出则标志着非机械论物理学的诞生。但是，爱因斯坦认为：量子力学是不完备的，一定有一个更好理论使物理学家对实验结果作出确定的预期。他说：“在宇宙中，上帝是不掷骰子的。”量子力学认为在测量之前没有什么是实在的，也无法预期。

爱因斯坦质疑：“难道月亮只有在你看它的时候才存在？！”这涉及到一个量子力学的适用范围问题。

8-7 薛定谔的猫 (Schrodinger's Cat) 悖论

在日常观察中，一只猫非死即活，必居其一。而薛定谔的“猫”放在箱子却处于非死非活的叠加状态。这是薛定谔提出来的一个具有挑战性的难题。因为，按照量子力学的

规则，箱子内的整个系统都处于两种态的叠加状态，这就是叠加原理（Superposition Principle）。

“薛定谔猫”的实质是：宏观上是否存在量子般的叠加状态？“猫”从生与死的叠加状态过度到或生或死状态的区分点在哪里？这些难题有待物理学家的进一步探讨。

8—8 EPR佯谬

量子力学的另一个难题是“EPR佯谬”。它是1935年，由爱因斯坦（Einstein）、波多尔斯基（Podolsky）和罗森（Rosen）在一篇《能认为量子力学对物理世界的描述是完备的吗？》的论文中提出来的。

假设沿不同方向发射两个粒子，那么无论它们相隔多远，一旦测出其中一个，另外一个粒子的状态也就立刻确定下来了。但是按照相对论，这是不可能的，这个佯谬预示：量子关联现象表面上与相对论的因果关系是相矛盾的。

尽管量子力学已经广泛为人们所接受，但爱因斯坦关于其完备性的质疑对量子力学后来的发展产生了巨大影响，深化了量子力学对基本问题的探讨。

8—9 蝴蝶效应

如果说北京有一只蝴蝶振翅一挥，就会引起纽约的一场风暴；或者形成飓风，影响全世界。你会相信吗？前后可以说是把风马牛不相及的事情扯在了一起，但在理论上它是可能的。

美国气象学家洛伦兹（Lorenz）正是受了一只振翅“蝴蝶”的启发，其图形是用方程组在计算机里模拟气流的运动得出来的，开创了一门新的学科：

混沌学（Chaos）。有人称它为：“本世纪继相对论和量子力学后的第三大科学发现。”1979年12月，洛伦兹在华盛顿的美国科学促进会上一语惊人：“一只蝴蝶在巴西扇动翅膀，有可能在美国的德克萨斯引起一场龙卷风。”“蝴蝶效应”说不脛而走。

它的科学与哲学魅力在于：长期行为对初始条件有敏感的依赖性。初始条件带来微小变化的不断放大，对未来将造成巨大影响。正如中国古书所载“失之毫厘，谬以千里”。蝴蝶效应会受到许多其它因素的干扰，“蝴蝶振翅”与“风暴来临”绝不是简单的直接因果，而可能是复杂的连续因果。

8—10 夜空为什么是暗的？

这是有名的奥伯斯（Olbers, Heinrich Wilhelm）悖论：如果空间无限延展，而且星体均匀分布，我们的任何视线都应该碰到起码一颗星球。那么，天空不是应该一直都是明亮的吗？这个结论显然于事实不符。

这个问题早在1610年开普勒就注意到，直到1823年德国天文学家奥伯斯重新提出以后才广泛引起关注。过去有很多的猜测，如宇宙只有有限的星体、星体的分布不是均匀的、星体越远可视光越少，遥远的光还没有到达地球等等。

“大爆炸”理论出现以后，宇宙的年龄不是无限的，被认为是一个最重要的原因。从“大爆炸”开始算起，宇宙距今有一百到两百亿年的历史。年轻的宇宙还没有时间将光充满夜空（《星期日电讯》1997年10月5日）。

8—11 克隆羊年龄悖论

克隆羊多莉诞生以后，人们提出这样一个有趣的科学和哲学问题：它的“生物年龄”和“出生年龄”可能不符。多莉的DNA取自一个六岁的老羊，多莉的出生年龄已有三岁，按DNA推测，它的生物年龄应该是九岁。换句话讲，它既克隆了基因，也克隆了年龄。人们怀疑“多莉是穿着羔羊服装的老羊”而衰老比正常羊的速度快。人们不禁要问，从一个五十岁的人那里克隆出来的克隆人可以生活多久？这个问题有待克隆技术的进一步发展和观察实验才能有进一步的答案。

8-1-2 中医现代化悖论

二十世纪初以前，很少有人怀疑中医的合理性。中医要现代化，就要与现代科学接轨，但是如果用科学实证的方法来加以鉴别，就会发现中医体系里既有科学的成份，又有非科学性的成份，两者之间交织在一起，因果关系复杂，深入研究下去就会发现这是一个二律背反（张其成《中医学的构建与发展——中医现代化悖论》）。

而破解中医现代化悖论的途径就是既要继承其科学的一面，又要抛弃其非科学的一面；既要发扬自身的长处，又要学习西医的优点。在西方科学的冲击下，“百年困惑”的中医大体走过了从20年代末的“废止旧医”，50年代的“团结中西医”，到今天中医现代化的曲折过程。中医现代化之时也就是悖论解套之时，同样，这有赖于中医的进一步研究与发展。

8-1-3 金带与怪圈

《科学美国人》的撰稿人霍夫斯塔特在其《GEB：一条永恒的金带》一书中，找到了一条贯穿哥德尔理论、埃舍尔的名画和巴赫音乐的“金带”，这就是思维中的“自指”，他称之为“怪圈”。

凡是看过的人都知道，荷兰艺术大师埃舍尔的作品常常源于悖论，尤其是以艺术形式展现的视觉怪圈。其艺术感染力让人倾倒，其怪圈的魔力让人震撼。

例如，在他的名画《画画的双手》里，左手在画右手的同时，右手也在画左手。那么到底是左手画出了右手，还是右手画出了左手？它表达了和柏拉图—苏格拉底悖论（即：后面这句话是错的，前面这句话是对的）同样的意境，两者总是自相缠绕在一起。

在《瀑布》里，沿着埃舍尔的“流水”，水居然可以“从下往上流的”，与生活中的常识相违背；在《上升和下降》里，走进埃舍尔的殿堂，无论你怎么分辨，都会觉得天衣无缝，但又与现实世界不可调和。

《相对性》，在埃舍尔的“台阶”上，无论你爬了多少级台阶，绕了一圈都会回到原来的位置；同样，无论你下了多少级台阶，也会回到原来的地方。就像是在缪毕乌丝带上运行，在有限中体现了无限的过程。

在埃舍尔的《画廊》里，你已经站到了画中的某一个位置；在《举着反光球的手》中也表达了强烈的自我相关。其《逆行卡农》也和巴赫《音乐的奉献》

中的片断有异曲同工之效。

本文对悖论的划分分为八种，如果从更广泛的角度来看，还有文化悖论、历史悖论（例如“汉武悖论”）、谚语中的悖论、音乐中的悖论、理论体系悖论、社会现象悖论，等等。我们就不在这里作一一探讨。而真正的悖论将具有永久的魅力。